

(注意)

- 解答は大問毎にまとめること。
- 解答は結果だけでなく、それに至る過程を記述すること。

1  $z = \log(1 + 2x^2 - y)$  の定義域と値域を求めよ。定義域は  $xy$  平面に図示せよ。

2  $f(x, y) = (x + y^2) \sin xy$ ,  $(x_0, y_0) = (1, \frac{\pi}{2})$  について、

- (1)  $(x_0, y_0)$  における全微分を求めよ。
- (2)  $(x_0, y_0)$  における接平面を考え、その法線ベクトルを 1 つ求めよ。

3  $f(x, y)$  を次で定義する：

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy^2}{\sqrt{x^2 + y^2}}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

$(0, 0)$  における全微分可能性,  $C^1$  級の真偽について論じよ。

4  $z = f(x, y)$  と  $x = u + 2v$ ,  $y = u^2v$  の合成を考える。ただし,  $f$  は  $C^2$  級であると仮定する。

- (1) 偏導関数  $z_v$  を計算せよ。
- (2) 2次偏導関数  $z_{uv}$  を計算せよ。

5  $f(x, y)$  の勾配  $\nabla f(x, y)$  について、

- (1) 点  $(x_0, y_0)$  において,  $\nabla f(x_0, y_0)$  が  $f$  の等高線  $f(x, y) = f(x_0, y_0)$  に直交することを方向微分係数の概念を用いて説明せよ。
- (2)  $f(x, y) = x^2 - xy - 3y^2$  について,  $(x_0, y_0) = (2, -1)$  における方向  $(1, -1)$  の方向微分係数を求めよ。また, この値は方向微分係数の最大値の何パーセントであるか答えよ。