

(注意)

- 解答は結果だけでなく、それに至る過程を記述すること。

1 次の各問に答えよ。

(1)  $(\cos x)^{\log x}$  の導関数を求めよ。

(2) 極限值  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{\sin x} \right)$  が存在するならば求めよ。

(3)  $f(x) = xe^{-x}$  の  $n$  次導関数  $f^{(n)}(x)$  を導け。

2  $[a, b]$  で定義された連続関数  $f(x)$  を考える。  $(a, b)$  上 2 回微分可能であるとき、  $f''(x) < 0$  ( $\forall x \in (a, b)$ ) ならば  $[a, b]$  で上に凸であることを示せ。ただし、  $(a, b)$  において微分可能であるとき、  $f'(x) > 0$  ( $< 0$ ) ( $\forall x \in (a, b)$ ) ならば  $f$  は単調増加 (減少) であることは既知とする。

3  $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$  とする。  $y = f(x)$  と  $y = x$  のグラフを (同じ  $xy$  平面に) かけ。  $f$  については増減, 凸性, 極値点, 変曲点, 及び  $x \rightarrow \pm\infty$  の挙動を調べること。

4  $1 \leq x \leq 3$  で考える。  $f(x) = \log x, g(x) = 1$  で囲まれた部分の面積を求めよ。

次の 2 問のうち、1 問を選択して答えよ。

5 定積分  $\int_0^{\frac{1}{\sqrt{2}}} \arccos x dx$  を求めよ。

6 不定積分  $\int \frac{x^3 - 5x^2 - 7x - 3}{x^2 - 6x - 2} dx$  を求めよ。