$\boxed{1}$ 集合 $A = \left\{1 - \frac{1}{n} : n \geq 1\right\}$ について，最大限 $(\max A)$，最小元 $(\min A)$，上限 $(\sup A)$，下限 $(\inf A)$ を求めよ．存在しないときは「存在しない」と答えよ．上限と下限については，用語の定義に従って説明すること．

$\boxed{2}$ 数列 a_n は有界とする．上極限 $\alpha = \varlimsup_{n\to\infty} a_n$ は次の (i), (ii) で与えられる : (i) $a_{n_j} \to \alpha$ となる a_n の部分列が存在する．(ii) $\forall\varepsilon > 0,\ \alpha + \varepsilon \leq a_n$ を満たす n は有限個である．

(1) 同様に，下極限 $\beta = \varliminf_{n\to\infty} a_n$ を与えよ．

(2) $\displaystyle\varliminf_{n\to\infty} \left((-1)^n - \frac{1}{n}\right) = -1$ であることを (1) に従って説明せよ．

$\boxed{3}$ 数列 $\lim_{n\to\infty} a_n = a,\ \lim_{n\to\infty} b_n = b$ とする．このとき，$\lim_{n\to\infty}(a_n + b_n) = a + b$ であることを示せ．ε-N 法に従うこと．

$\boxed{4}$ 数列 a_n は漸化式 $a_1 > 2,\ a_{n+1} = 4 - \frac{4}{a_n}\ (n \geq 1)$ を満たす．このとき，a_n は収束するか否かを判定せよ．

$\boxed{5}$ 連続関数 $f(x)$ は $f(x_0) > 0$ を満たすとする．このとき，$\exists\delta > 0$ s.t.

$$x \in (x_0 - \delta, x_0 + \delta) \implies f(x) > 0$$

を示せ．

次から<u>1 題のみ選択して</u>答えよ．

$\boxed{6}$ 数列 a_n は $\lim_{n\to\infty} a_n = \alpha$ を満たすとする．このとき $b_n = \dfrac{a_1 + a_2 + \cdots + a_n}{n}$ も α に収束することを示せ．

$\boxed{7}$ 上に有界な単調非減少数列 $(a_n \leq a_{n+1})$ は収束することを示せ．

$\boxed{8}$ ボルツァノ・ワイエルシュトラスの定理をかいて，証明せよ．

$\boxed{9}$ 数列 a_n は，ある $0 < c < 1$ に対して $|a_{n+2} - a_{n+1}| \leq c|a_{n+1} - a_n|\ (n \geq 1)$ を満たすとする．このとき，a_n は収束することを示せ．

$\boxed{10}$ $f(x), g(x)$ は x_0 で連続であるとする．このとき，積 $f(x)g(x)$ も x_0 で連続であることを示せ．ε-δ 法に従うこと．