

1 $\Omega = [1, 2] \times [-2, 1]$ とする. このとき, $\iint_{\Omega} \frac{y^2}{x} dx dy$ を計算せよ.

2 $x = u \log(1 + uv)$, $y = \frac{v}{u}$ に対して, ヤコビアン $\frac{\partial(x, y)}{\partial(u, v)}$ を計算せよ.

3 $\Omega = \{(x, y) : x^2 + (y - 1)^2 \leq 1\}$ とする. このとき, $\iint_{\Omega} \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$ を計算せよ.

4 $\int_0^1 \left(\int_{2x-1}^{\sqrt{x}} f(x, y) dy \right) dx$ の積分の順序を交換せよ.

次の 3 問のうち 1 問のみを選択して答えよ.

5 直線 $y = x + 1$, $y = x - 2$, $y = -2x - 2$, $y = -2x + 4$ で囲まれた部分を Ω とする. このとき, $\iint_{\Omega} (y - x)^2 (y + 2x) dx dy$ を計算せよ.

6 $I = \iint_{\{x \geq 0, y \geq 0\}} e^{-(x^2 + y^2)} dx dy$ とおく. このとき, $\int_0^{\infty} e^{-x^2} dx$ を I を用いて表せ. 結果に至る過程を丁寧に書くこと.

7 $\Omega = [a, b] \times [c, d]$ 上有界な関数 $f(x, y)$ に対して, 上積分と下積分を定義して, 上積分, 下積分から f が重積分可能であることを定義せよ.