

1 次の広義積分を計算せよ.

$$(1) \int_0^1 \frac{1}{\sqrt[5]{x}} dx$$

$$(2) \int_2^{\infty} \frac{1}{x(1-x)} dx$$

2 正項級数 $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ について, $\lim_{k \rightarrow \infty} a_k^{\frac{1}{k}} = r > 1$ ならば発散することを示せ.

3 次の級数の収束, 発散を判定せよ.

$$(1) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(k!)^2}{(2k)!}$$

$$(2) \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k-1} k^3 a^k \quad (a > 0)$$

$$(3) \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k-1} \frac{1}{2k+1}$$

$$(4) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^p} \quad (p > 1)$$

4 絶対収束しないライプニッツの交代級数は条件収束級数である, の真偽を判定せよ (理由を述べること).

5 ガンマ関数 $\Gamma(s) := \int_0^{\infty} e^{-x} x^{s-1} dx$ は $0 < s < 1$ のとき収束することを示せ.