(注意)

- 試験時間は 90 分.
- スマートフォン等，電子機器端末は電源を切ってカバンにしまうこと.
- 解答はすべて解答用紙にかくこと.
- 解答は結果だけでなく，それに至る過程を記述すること.

$\boxed{1}$ 次の各問に答えよ.

(1) $f(x,y)=e^{-\sin(x-y)}$ の定義域と値域を求めよ.

(2) $f(x,y)=x^2-2xy-y^2$ の $(x_0,y_0)=(2,3)$ における全微分と，接平面の法線ベクトルを求めよ.

(3) $z=f(x,y)$ と極座標 $x=r\cos\theta, y=r\sin\theta$ の合成関数 $z(r,\theta)=f(r\cos\theta, r\sin\theta)$ を作る．f は C^2 級で，

$$f_{xx}(\tfrac{1}{2},\tfrac{\sqrt{3}}{2})=f_{yy}(\tfrac{1}{2},\tfrac{\sqrt{3}}{2})=-1, f_{xy}(\tfrac{1}{2},\tfrac{\sqrt{3}}{2})=1,$$

$$f_x(\tfrac{1}{2},\tfrac{\sqrt{3}}{2})=f_y(\tfrac{1}{2},\tfrac{\sqrt{3}}{2})=-2$$

とする．このとき，$\dfrac{\partial^2 z}{\partial\theta^2}(1,\tfrac{\pi}{3})$ の値を求めよ.

(4) $f(x,y)=e^{xy}$ の 3 次以下の偏導関数をすべて求めよ.

(5) $f(x,y)=\log(1-x+2y)$ の点 $(2,1)$ における方向 $(-1,3)$ の方向微分係数を求めよ.

$\boxed{2}$ $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{xy^2}{x^2+y^2}, & (x,y)\neq(0,0)\\ 0, & (x,y)=(0,0)\end{cases}$ について，理由付きで次の各問に答えよ.

(1) 連続な点 (x,y) をすべてあげよ.

(2) 偏微分可能な点 (x,y) をすべてあげよ.

(3) 全微分可能な点 (x,y) をすべてあげよ.

$\boxed{3}$ $f(x,y)=\dfrac{x^2}{2}-y$ について，次の各問に答えよ.

(1) 等高線 $\{f=0\},\{f=1\},\{f=2\}$ を定義域の xy 平面にかけ．ただし，$c\in\mathbb{R}$ に対して $\{f=c\}=\{(x,y):f(x,y)=c\}$ である.

(2) 点 $(2,1)$ における勾配 $\nabla f(2,1)$ を求めて，$\nabla f(2,1)$ を (1) の xy 平面に図示せよ．始点は点 $(2,1)$ とする.