

(注意)

- 解答はすべて解答用紙に書く.
- 解答は結果だけでなく途中の計算, 過程を記述する.
- 番号順に解かなくてもよい. 解きたい順に解答して構わない.

1 次の各問に答えよ.

(1) $\frac{x}{\sqrt{1-2x^2}}$ の導関数を求めよ.

(2) $y = x \cos 2x$ のグラフ上の点 $(\frac{\pi}{2}, y(\frac{\pi}{2}))$ における接線の方程式を求めよ.

2 高位の無限小について, $\tan x - \sin x = o(x^2)$, $x \rightarrow 0$ を導け. ただし, 極限値の結果を用いるときは $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ 以外は導くこと.3 $[t]$ を t を超えない最大の整数とする. 関数 $f(x) = [x + \frac{1}{2}]$ を考える. 定義域 $0 < x < 2$ の点を次の4つに分類せよ. 一点は $x = a$, 区間であれば $a < x < b$ のように表記すればよい.

- (i) 右連続であるが左連続ではない.
- (ii) 左連続であるが右連続ではない.
- (iii) 連続である.
- (iv) (i) から (iii) のいずれでもない.

4 関数 $\arctan x$ について次の各問に答えよ.

- (1) この関数を定義する過程を述べよ. また, 定義域と値域を求めよ.
- (2) (1) にしたがって導関数を導出せよ.
- (3) 恒等式 $\arctan x + \arctan \frac{1}{x} = \frac{\pi}{2}$ ($x > 0$) を導け. (2) の結果を用いてもよい.

次の2題のうち, 1題を選択して 答えよ.5 底の変換 $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$ を, $X = \log_a x$, $A = \log_b a$ とおいて, 対数関数の定義と指数法則から導け (対数法則を用いてはいけない).6 $a^{\frac{m}{n}} \stackrel{\text{def}}{=} (a^m)^{\frac{1}{n}}$ ($m, n \in \mathbb{N}$) の定義のもとで, 指数法則

$$a^q a^r = a^{q+r} \quad (q, r \in \mathbb{Q}, q, r > 0)$$

を導け. ただし, \mathbb{N} における指数法則と $(a^{\frac{1}{n}})^m = (a^m)^{\frac{1}{n}}$ ($m, n \in \mathbb{N}$) は認める.

- (1) $q = \frac{m}{n}, r = \frac{k}{\ell}$ とおく. さらに $b = a^{\frac{1}{n\ell}}$ とおくととき, $a^q a^r$ を b を用いて表せ.
- (2) 題意を示せ.