

(注意)

- 解答はすべて解答用紙にかくこと.
- 解答は結果だけでなく、それに至る過程を記述すること.

[1] 次の各問に答えよ.

- (1) 1次分数関数 $y = \frac{6x+1}{2-3x}$ のグラフをかけ. x 軸, y 軸との交点を求めること.
- (2) α は無理数とする. 対数微分法にしたがって x^α の導関数を導け. 指数関数, 対数関数の導関数は既知として用いてよい.
- (3) 極限值 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x - \log(1+2x)}{x^2}$ を求めよ.

[2] 平均値の定理を用いて次の命題を証明せよ.

命題: $f(x)$ は $[a, b]$ で連続, (a, b) で微分可能とする. このとき, $\forall x \in (a, b), f'(x) < 0$ ならば

$$\forall x_1, x_2 \in [a, b], x_1 < x_2 \implies f(x_1) > f(x_2) \quad (f \text{ は単調減少})$$

[3] $f(x) = x^2 \cos \frac{x}{2}$ の n 次導関数を求めよ. ただし, $\cos \frac{x}{2}$ の n 次導関数を用いる場合は, 予想して証明なしに結果を用いてよい.

[4] 次の不定積分, 定積分について, 1題選択して 求めよ.

- (1) $\int \frac{1}{x^2 - 6x + 4} dx$
- (2) $\int_0^1 x^2 \sqrt{1+x^3} dx$
- (3) $\int \frac{x^2}{(1-2x)^3} dx$
- (4) $\int_0^{\sqrt{3}} \arctan x dx$

[5] $f(x) = \frac{\log x}{x^2}$ について次の各問に答えよ.

- (1) $y = f(x), x > 0$ のグラフをかけ. ただし, 次の性質を調べて, その結果をグラフに反映させること.

増減, 凹凸, 極値, 変曲点 (変曲点における値は求めなくてよい),

$$\lim_{x \rightarrow +0} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$$

- (2) $y = f(x)$ のグラフ, x 軸, 直線 $x = e, x = \frac{1}{e}$ で囲まれた図形の面積を求めよ. e はネイピア数である.