(注意)

- 学生証を提示すること．
- スマートフォンは電源を切ってかばん等にしまうこと．

$\boxed{1}$ 次の命題の否定命題について真偽を判定せよ．真のときは $\exists$ にあたる変数を明示せよ．偽のときは $\forall$ にあたる変数について反例を与えよ．

$$\exists x \quad \text{s.t.} \quad \forall y, \quad x^2 + y^2 > 100$$

$\boxed{2}$ 極限 $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{2n-1}{n+1} = 2$ は ε-N 法で検証することができるが，$\varepsilon = 10^{-2}$ のとき，N をいえ．

$\boxed{3}$ 関数 $g(x)$ は $x = x_0$ で連続であるとする．また $g(x_0) = \dfrac{1}{2}$ を満たす．

(1) $\exists \delta > 0$ s.t. $|x - x_0| < \delta \Longrightarrow g(x) > \dfrac{1}{3}$ を示せ．

(2) (1) を用いて，関数 $\dfrac{1}{g(x)}$ が $x = x_0$ で連続であることを ε-δ 法により示せ．

$\boxed{4}$ $A = \left\{ (-1)^n \left(1 - \dfrac{1}{n} \right) : n = 1, 2, 3, \ldots \right\}$ の上限 $\sup A$ を<u>上限の定義に従って</u>説明せよ．

$\boxed{5}$ 漸化式 $a_1 = 5$, $a_{n+1} = \sqrt{12 + a_n}$ $(n \geq 1)$ を満たす a_n の極限値 $\displaystyle\lim_{n\to\infty} a_n$ を求めよ．

次の 2 題のうち，<u>1 題を選択して</u>答えよ．

$\boxed{6}$ ボルツァノ・ワイエルシュトラスの定理（BW）を証明無しで認めて，数列の上極限，下極限を定義し，コーシー列が収束列であることを証明せよ．

$\boxed{7}$ $a_n \to a$ のとき， $\dfrac{a_1 + a_2 + \cdots + a_n}{n} \to a$ を証明せよ．