

(注意)

- 学生証を提示する.
- スマートフォン等電子機器は電源を切ってカバンにしまう.
- 答えは結果だけでなく途中の計算, 過程を記述する.

1 $\Omega = \left\{ (x, y) : 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq \frac{x}{2} \right\}$ のとき, 重積分 $\iint_{\Omega} 4xy \, dx dy$ を計算せよ.

2 次の累次積分を 積分の順序を交換して 計算せよ.

$$\int_0^2 \left(\int_{y-1}^{\frac{y}{2}} y \, dx \right) dy$$

3 $O(0, 0)$, $A(1, 2)$, $B(3, 1)$ とする頂点にもつ平行四辺形領域を Ω とする. ただし, Ω は xy 平面の 第 1 象限 に取る. このとき, 次の重積分を計算せよ.

$$\iint_{\Omega} (y - 2x)^2 \, dx dy$$

4 変数変換 $x = x(u, v)$, $y = y(u, v)$ に関するヤコビアン $J = \frac{\partial(x, y)}{\partial(u, v)}$ について,

$$dx dy = |J| \, du dv$$

の意味を説明せよ.

次の大問 2 題のうち, 1 題を選択して, 答えよ.

5 広義積分

$$\iint_{\{0 \leq x < 1, 0 \leq y < 1-x\}} \frac{1}{\sqrt{1-x-y}} \, dx dy$$

を計算せよ.

6 (1) 正の整数 n を用いて $\Omega_n = \{(x, y) : x \geq 0, y \geq 0, x^2 + y^2 \leq n^2\}$ とおく. このとき,

$$\iint_{\Omega_n} e^{-(x^2+y^2)} \, dx dy \text{ を } n \text{ で表せ.}$$

(2) $\int_0^{\infty} e^{-t^2} \, dt = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$ を導け.