

解答は結果だけでなく、それに至る過程を記述すること。

1  $f(x) = e^{-3x} \sin 2x$  は  $x = \frac{\pi}{8}$  の近傍において増加しているか、減少しているかを調べよ。

2  $f(x) = \frac{\arctan(x^2)}{x}$  について、 $y = f(x)$  のグラフ上の点  $(-1, f(-1))$  における接線の方程式を求めよ。  $\arctan t$  の導関数の結果は使ってよい。

3  $x > 0$  が 0 に十分近いときに次の 4 つの関数を小さい順に並べよ ( $f(x) < g(x) < h(x) < i(x)$  の場合、3 つの  $<$  について理由を述べる)。ただし、授業で示した結果は使ってよい。

$$x, \quad -x^2 \log x, \quad 1 - \cos x, \quad \sin x$$

4 次の等式を導け。

$$a^{\frac{2}{3}} a^{\frac{3}{4}} = a^{\frac{2}{3} + \frac{3}{4}}$$

ただし、

(a)  $\mathbb{N}$  における指数法則 ( $\mathbb{N}$  は自然数 (正の整数) 全体)

(b)  $a^{\frac{m}{n}} = (a^m)^{\frac{1}{n}}$  ( $m, n \in \mathbb{N}$ ) は  $\frac{m}{n}$  の既約性に関わらず定義可能

(c)  $(a^m)^{\frac{1}{n}} = (a^{\frac{1}{n}})^m$ ,  $m, n \in \mathbb{N}$

は用いてよいが、式変形を行う毎に (a), (b), (c) のどの結果を使って変形したかを明示すること。

5  $y = \log x$  を定義して、その導関数を導け。  $e = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$  は用いてよい。さらに、一般の底  $a$  に対して  $\log_a x$  の導関数を導け。