

- 1 定義にしたがって広義積分  $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{1}{\sqrt[3]{1-2x}} dx$  を計算せよ.
- 2  $a > 0$  とする. 正項級数  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k}{a^k}$  の収束, 発散を調べよ.
- 3 正項級数  $\sum_{k=1}^{\infty} \left( \frac{k}{1+k} \right)^{k^2}$  の収束, 発散を判定せよ.
- 4  $X$  を収束する級数の全体とし,  $A, B, C$  をそれぞれ, 絶対収束級数の全体, 条件収束級数の全体, ライプニッツの交代級数の全体とする.  $A^c = X \setminus A$  とするとき,  $C \cap A^c$  に属する級数を (理由の述べて) 具体的にひとつ挙げよ.

以下は選択問題である. 1 問選択して答えよ. 2 問以上答えてはいけない.

- 5 広義積分  $\int_0^{\infty} e^{-x} x^{\frac{16}{3}} dx$  は収束することを示せ.
- 6 正項級数  $\sum_{k=2}^{\infty} \frac{\log k}{k^{\frac{3}{2}}}$  の収束, 発散を判定せよ. ただし,  $\int_1^{\infty} \frac{1}{x^p} dx$  ( $p > 0$ ) の収束, 発散に関する結果は用いてよい.
- 7  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2}$  の収束をつぎの 2 通りの方法で導け.
- (1) 広義積分の結果を用いる方法
  - (2) 有限和がコーシー列になることを示す方法
- 8 条件「 $\forall x_n \in A, x_n \rightarrow x_0 \implies x_0 \in A$ 」を満たす  $\mathbb{R}^2$  の部分集合  $A$  は閉集合であることを示せ. さらに, これを用いて  $\mathbb{R}^2$  の部分集合  $E = \{(x, \log x) : x > 0\}$  は閉集合であることを示せ.