

(注意)

- 解答用紙に番号, 氏名を書くこと.
- 解答は結果だけでなく, それに至る過程を記述すること.

1  $f(x) = e^{-x^2}$  を考える.

(1)  $y = f(x)$  の増減, 凹凸, 極値, 変曲点,  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$  を調べてそのグラフをかけ.

(2)  $y = f(x)$  のグラフからの変形の仕方を述べて  $y = e^{-\frac{(x-1)^2}{2}}$  のグラフをかけ. 極値点, 変曲点を明示すること.

2 不定積分  $\int \frac{2 \sin 2x}{1 - 4 \sin x + \sin^2 x} dx$  を  $\sin x = t$  で置換積分せよ. 授業で導いた結果は用いてよい.

3 定積分  $\int_0^{\frac{1}{\sqrt{2}}} \arcsin x dx$  を求めよ.

以下, 選択問題である. 4 ~ 9 から 1 題選択して答えよ.

4  $[a, b]$  で連続,  $(a, b)$  で微分可能な  $f(x)$  について, ある  $c \in (a, b)$  が存在して  $f(c)$  が  $f$  の最大値であるとき,  $f'(c) = 0$  を微分係数の定義にしたがって導け.

5  $y = \tan x, y = \cos x$  のグラフ, 直線  $x = 0, x = \frac{\pi}{3}$  で囲まれた部分の面積を求めよ.

6  $[a, b]$  で連続,  $(a, b)$  で 2 回微分可能である  $f(x)$  について,

$$\forall x \in (a, b), \quad f''(x) < 0$$

ならば  $f$  は  $[a, b]$  で上に凸 (凹) であることを示せ.

7  $f(x) = x^2 \log(1 + 8x)$  の  $n$  次導関数  $f^{(n)}(x)$  を求めよ. 授業で命題として紹介した結果は用いてよい. それ以外はすべての過程を記述すること.

8  $y = x^{x^x}$  ( $x > 0$ ) について, 微分係数  $f'(2)$  を求めよ.

9  $[a, b]$  で連続な  $f(x)$  の任意の原始関数  $F(x)$  について,

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

が成り立つことを説明せよ.