

(注意)

- 学生証を提示すること.
- スマートフォンは電源を切つてかばん等にしまうこと.
- 番号順に解かなくてもよい. 解きたい順に解答して構わないが, 大問毎にまとめること.
- 解答は結果だけでなく, それに至る過程を記述すること.

1 C^3 級の $f(x, y)$ について, $f(x, y)$ の点 $P(-1, 2)$ における 2 次近似が

$$g(x, y) = a(x + 1) + b(y - 2) + c(x + 1)^2 + d(x + 1)(y - 2) + e(y - 2)^2$$

で与えられている. ただし, a, b, c, d, e は実数である. このとき, 次の各問に答えよ.

(1) P が非退化停留点であるための a, b, c, d, e の条件を求めよ.

(2) $a = b = 1, c = 1, d = -2, e = 3$ のとき, P におけるグラフの形状を説明せよ.

2 曲線 $C: x^4 - y^3 + x^2y - 1 = 0$ 上の点 $P(1, -1)$ をとる.

(1) P の近傍において C は $y = g(x)$, $g(1) = -1$ で表せることを示せ.

(2) $g(x)$ の $x = 1$ における 2 次近似を求めることによって, P の近傍での C の概形をかけ.

3 条件 $x^2 - y^2 = 1$ のもとでの $f(x, y) = y - x^2$ の条件付き極値を求めよ.

4, 5 は選択問題である. 1 題を選択して 解答せよ.

4 $a > 0$ は定数とする. $f(x, y) = x^3 - xy - y^2 + ay - 1$ の極値点をすべて求めよ (極値は求める必要はない).

5 「体積が一定 (V) の直方体のうち, 表面積が最小のものは立方体である」という命題を考える. (BMI が肥満度を示す指標として使われる所以)

(1) 直方体のたて, 横, 奥行きの長さをそれぞれ x, y, z とするとき, 表面積 S を x, y, z を用いて表せ. さらに, x, y, z が満たす条件を考えて, S を x, y を用いて表せ.

(2) $f(x, y)$ を定義して, この問題を $f(x, y)$ の極値問題として考えることによって命題を証明せよ.