$\boxed{1}$ (1) $\displaystyle\int_0^1 \frac{1}{\sqrt[4]{x}}dx$ を計算せよ（広義積分の作法に従うこと）.

(2) ガンマ関数 $\Gamma(s) = \displaystyle\int_0^\infty e^{-x}x^{s-1}$ $(s > 0)$ について，$\Gamma(2)$ を計算せよ（広義積分の作法に従うこと）.

$\boxed{2}$ つぎの正項級数の収束，発散を判定せよ.

(1) $\displaystyle\sum_{k=1}^\infty \frac{k}{1+2k}$

(2) $\displaystyle\sum_{k=1}^\infty \frac{3^k k!}{k^k}$

(3) $\displaystyle\sum_{k=1}^\infty \left(1-\frac{1}{2k}\right)^{k^2}$

$\boxed{3}$ 正項級数 $\displaystyle\sum_k a_k$ についてのコーシーの判定法「$\displaystyle\lim_{k\to\infty} \sqrt[k]{a_k} = r < 1$ ならば収束する」を ε-N 法を使って証明せよ.

$\boxed{4}$ つぎの命題のうち偽の命題を余すところなく選択して，それぞれ反例を挙げよ．理由を述べずに結果のみでよい.

(1) 収束する正項級数は絶対収束すると言える.

(2) 級数は収束すれば絶対収束または条件収束が成り立つ

(3) 和の順番のある入れ替えにより収束する級数は絶対収束する.

(4) ライプニッツの交代級数は条件収束しなけば絶対収束する.

$\boxed{5}$ つぎの 2 問のうち1 問を選択して答えよ.

(1) 2 次元ユークリッド空間 $(\mathbb{R}^2, d)$ において，点列 $\boldsymbol{x}_n = (x_n, y_n)$ がコーシー列ならば収束列であることを示せ．1 次元ユークリッド空間における同じ結果は用いてよい.

(2) $A \subset \mathbb{R}^2$ が条件

$$\{\boldsymbol{x}_n\} \subset A,\ \boldsymbol{x}_n \to \boldsymbol{x}_0 \quad \Longrightarrow \quad \boldsymbol{x}_0 \in A$$

を満たすとき閉集合であることを示せ.

$\boxed{6}$ (1) $\displaystyle\sum_{k=1}^\infty \frac{1}{k} = \infty$ を導け（導出に必要な結果はすべて証明する）.

(2) (1) の結果を用いて $\displaystyle\sum_{k=3}^\infty (-1)^{k-1}\frac{\log k}{k}$ が条件収束することを示せ.