

(注意)

- 解答はすべて解答用紙に書くこと.
- 番号順に解かなくてもよい. 解きたい順に解答して構わないが, 大問毎にまとめること.
- 解答は結果だけでなく, それに至る過程を記述すること.

大問を計 4 題解答せよ.

1 $f(x, y) = 2xy + x^2 - y^3$ について次の各問に答えよ.

- (1) つぎの命題の真偽を答えよ. f は非退化停留点でない停留点をもつ.
- (2) f の極値をすべて求めよ.

2 曲線 $C: x^3 - x^2y + y^2 - 2xy - x = 0$ 上の点 $P(a, 0)$ を考える. ただし, $a > 0$.

- (1) P を求めて (つまり, a を求めて), P の近傍において C は x の関数 $y = f(x)$ ($f(a) = 0$) のグラフで表せることを示せ.
- (2) $f'(a)$, $f''(a)$ を計算して, P の近傍における C の概形をかけ.

つぎの 3 ~ 5 のうち, 2 題を選択して答えよ.

3 条件 $x^2 + 3y^2 = 12$ のもとでの $f(x, y) = 2x + y$ の条件付き極値を求めよ.

4 $f(x, y) = e^{2x^2 - y^2}$ の $(x, y) = (1, -1)$ における 3 次のテイラーの定理を書いて, 接平面から見たときの $(1, -1)$ の近傍におけるグラフの形状を説明せよ. ただし, 3 次の剰余項は R_3 と書けばよい.

5 3 辺の長さの和が一定 ($2s$) の三角形のうち, 面積が最大のものを求めよ. 2 変数関数の極値問題として解くこと.