

i は虚数単位を表す. $z = x + iy$, $x, y \in \mathbb{R}$ は複素数である. \bar{z} は z の共役複素数を表す.

- 1 方程式 $z^8 = -i$ を解いて, 解をすべて複素数平面上に図示せよ.
- 2 複素数平面上で直交する2直線 $y = x + 1$ と $y = -x + 1$ について, $w = z^2$ による像はそれらの交点で直交することを示せ.
- 3 次の関数の正則性を調べよ.
 - (1) $f(z) = \frac{\bar{z}}{z}$
 - (2) $f(z) = e^z$
- 4 $f(z) = \bar{z}$ が正則関数であるか否かを答えよ. ただし, 3つの複素数 z_1, z_2, z_3 の f による像を調べて, 等角性の観点から説明せよ.
- 5 関数 $f(z) = x^2 + iy$ について次の各問に答えよ.
 - (1) $C_1 : z = t + it$, $t : 0 \rightarrow 1$, $C_2 : z = t^2 + it$, $t : 0 \rightarrow 1$, $C = C_1 + (-C_2)$ とするとき, $\int_C f(z) dz$ を計算せよ.
 - (2) $f(z)$ が \mathbb{C} において原始関数を持つか否かを判定せよ.