

(注意)

- 解答は結果だけでなく、それに至る過程を記述すること。

1 $f(x) = (\cos x)^x$ は $x = \frac{\pi}{4}$ において単調減少であるか単調増加であるか答えよ。

2 $f(x) = x \log(1 + 3x)$ の n 次導関数を求めよ。

3 極限值 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x - \sin 2x}{x^3}$ を求めよ。

4 関数 $y = e^{-x^2}$ のグラフを出発点として、グラフの拡縮、平行移動に従って

$$y = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} e^{-\frac{(x+3)^2}{4}}$$

のグラフへの変形の様子を説明せよ。

5 定積分 $\int_0^{\frac{1}{2}} \arcsin x \, dx$ を求めよ。

6 $\frac{1}{3x^2 - 6x + 9}$ の原始関数をひとつ求めよ。

7 関数 $f(x) = \frac{x}{1 + 2x^2}$ について次の各問に答えよ。

(1) $x \geq 0$ において $y = f(x)$ のグラフを描け。増減、凹凸、極値、変曲点、 $x \rightarrow \infty$ の挙動、及び $x = 0$ における接線の傾きを調べてグラフに反映させる。

(2) 曲線 $y = f(x)$ 、3つの直線 $y = \frac{x}{2}$ と $x = 0$ 及び $x = 1$ で囲まれた部分の面積を求めよ。

以下選択問題である。次の2問から1問選択して答えよ。

8 平均値の定理を正しく書いて、ロルの定理を用いてそれを証明せよ。

9 $[a, b]$ で連続な関数 $f(x)$ を考える。リーマン積分のもとでは、関数

$$S(x) = \int_a^x f(t) \, dt \quad (a \leq x \leq b)$$

は $S'(x) = f(x)$ を満たす。この成り立ちを説明せよ。この結果から、 $f(x)$ の任意の原始関数 $F(x)$ について

$$\int_a^b f(x) \, dx = F(b) - F(a)$$

を導け。