(注意)

- 解答はすべて解答用紙に書くこと.
- 番号順に解かなくてもよい．解きたい順に解答して構わないが，大問毎にまとめること.
- 解答は結果だけでなく，それに至る過程を記述すること.

$\boxed{1}$ $f(x,y)$ について，(x_0,y_0) が非退化停留点であることの定義を述べよ.

$\boxed{2}$ $f(x,y)=\log(1-2x^2+3y)$ を考える．点 $(2,3)$ において 2 次近似多項式を求めて，接平面に対するグラフの形状を述べよ.

$\boxed{3}$ $f(x,y)=x^3+y^3-3xy$ の極値をすべて求めよ.

$\boxed{4}$ 曲線 $C: x^4-xy^2-y-1=0$ を考える．a,b を整数として，点 $\mathrm{P}(a,b)$ について次の各問に答えよ.

(1) C 上の点 P をひとつ取り，P の近傍で C は $y=y(x)$ かつ $b=y(a)$ と表せることを示せ.

(2) $y(x)$ の増減，凹凸を調べて，P の近傍における C の概形をかけ.

$\boxed{5}$ 制限 $2x^2+y^2=1$ のもとで $f(x,y)=xy$ を考える.

(1) (x_0,y_0) がこの制限のもとでの極値点であるとき，(x_0,y_0) が満たすべき条件を述べよ.

(2) この制限のもとでの f の最大値があれば求めよ．存在するときは最大値を取る点 (x_0,y_0) をすべて明示する．存在しないときは「存在しない」と答える.

$\boxed{6}$ 3 辺の長さ x,y,z の和が $2s$ $(s>0)$ である三角形の面積 S は，ヘロンの公式により

$$S=\sqrt{s(s-x)(s-y)(s-z)}$$

で与えられる．面積が最大となる三角形を求める最大問題は，2 変数関数 $f(x,y)$ の極大値を求める問題に帰着できる．次の事柄を明示してこのことを示せ.

- $f(x,y)$ を定義する.
- f の定義域を設定する.
- 定義域の境界における f の様子を述べる.