(注意)

- 大問は順に解かなくてもよい．ただし，大問毎にまとめること．
- 答えは結果だけでなく途中の計算，過程を記述する．
- 解答用紙は両面使用する．

$\boxed{1}$ (1) $[a,b]$ 上で連続な関数の特徴的性質を 5 つ述べよ．

(2) (1) で挙げた 5 つのうち **1 つを選んで**，その性質の厳密な記述を行え（証明を求めているのではない）．

$\boxed{2}$ $[a,b]$ 上で単調減少な関数 $f(x)$ は定積分可能であることを示せ（ε-δ 法に従うこと）．

$\boxed{3}$ 次の命題の真偽を判定せよ．「関数 $f(x) = \dfrac{1}{2+x}$ $(x \geq 0)$ は一様連続である．」

- 真ならば証明せよ（何が一様なのかを明示すること）．
- 偽ならば定義に従って説明せよ．

$\boxed{4}$ 関数 $f(x) = e^{1-2x}$ について，$x = \frac{1}{2}$ のおける 2 次近似を $f_2(x)$, 3 次近似を $f_3(x)$ とする．次の各問に答えよ．

(1) 3 次近似 $f_3(x)$ を求めよ．

(2) $x = \frac{1}{2}$ の近傍（$\frac{1}{2}$ の両側）における $f(x)$ と $f_3(x)$ の大小関係を述べよ．

(3) $x = \frac{1}{2}$ の近傍における $y = f(x)$ のグラフの概形を 2 次近似 $f_2(x)$ を用いて描け．

$\boxed{5}$ **2 次の**テイラーの定理を正確に書いて証明せよ（観点：定理の条件を正しく書けているか．定理の結論を正しく書けているか．証明の中で定理の条件を正しく使っているか）．

$\boxed{6}$ $f(x) = \sin 5x$ のマクローリン級数展開を書け．そのように級数展開可能なことを示せ．また，収束半径を答えよ．$f(x)$ の n 次導関数の結果は証明無しに用いてよい．