(注意)

- 解答はすべて解答用紙に書くこと.
- 解答は結果だけでなく，それに至る過程を記述すること.

**次の大問４つのうち３つを選択して答えよ.**

1. $k \in \boldsymbol{N}$, $f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{xy^k}{x^2+y^2}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$ を考える.

   (1) $k=2$ のとき，点 $(0,0)$ における全微分可能性を調べよ.

   (2) 点 $(0,0)$ において $C^1$ 級となるための $k$ の条件を求めよ.

2. $f(x,y) = y^2 e^{-x}$ について次の問に答えよ.

   (1) 点 $(0,1)$ で全微分可能であることを示せ.

   (2) 点 $(0,1)$ における全微分と接平面の方程式を求めよ.

   (3) $f(10^{-2}, 1-3\cdot 10^{-2})$ の近似値を求めよ.

3. $f(x,y) = x^3 - xy^2 + 3y^3$ と $g(x,y) = \frac{x}{y}$ を考える．点 $(1,-1)$ において方向 $\mathbf{u} = (\alpha, \beta)$, $\alpha^2+\beta^2=1$, の方向微分係数を求めると $f$ については 0 であって，$g$ については正であった．$\mathbf{u}$ を求めよ.

4. $C^2$ 級の $z = f(x,y)$ と $x = r\cos\theta$, $y = r\sin\theta$ の合成を考える．$z = f(r\cos\theta, r\sin\theta)$

   (1) $z_\theta\left(2, \frac{\pi}{6}\right)$ を $f$ を用いて表せ.

   (2) $z_{rr} + \frac{1}{r}z_r + \frac{1}{r^2}z_{\theta\theta} = f_{xx} + f_{yy}$ を導け.