(注意)

- 解答はすべて解答用紙に書くこと．
- 解答は結果だけでなく，それに至る過程を記述すること．

i は虚数単位を表す．複素数 z に対して $\mathrm{Re}z$, $\mathrm{Im}z$ はそれぞれ z の実部，虚部を表す．$\overline{z}$ は z の複素共役を表す．

次の８つの大問から３つ選んで解答せよ．ただし，A 群 (1,2,3,4), B 群 (5,6,7,8) から少なくとも１問選択すること．氏名の下に選択した問題番号を明記せよ．

1. 次の問に答えよ．

   (1) 複素数平面に $\mathrm{Re}z < 0, \mathrm{Im}z > 0$ をみたす z を勝手に取って，$(1+\sqrt{3}i)z + i$ を図示せよ．

   (2) 複素数平面に $\mathrm{Re}z > 0, \mathrm{Im}z < 0$ をみたす z を勝手に取って，$\frac{1}{z}$ を図示せよ．

2. $z^3 = 1 + i$ を解き，解を複素数平面上に図示せよ．

3. $\cos z = 2$ を解け．

4. 次の問に答えよ．

   (1) $\sin i$ の値を求めよ

   (2) $\log(-3)$ の値を求めよ．

   (3) $f(z) = x^2 + ixy$ $(z = x + iy)$ が正則であるか否かを判定せよ．

5. ３点 $-1, 0, i$ をこの順に $0, i, 1$ に写す一次変換を求めよ．

6. z が複素数平面の折れ線 C 上を動くとき，$w = e^z$ はどのように動くか，図示せよ．C は次で与えられる．$C = C_1 + C_2 + C_3$，$(C_1 : z = a + i\frac{2\pi}{3},\ a : -\infty \to 1)$ $(C_2 : z = 1 + ib,\ b : \frac{2\pi}{3} \to -\frac{\pi}{2})$ $(C_3 : z = c - i\frac{\pi}{2},\ c : 1 \to \infty)$

7. 閉曲線 C を次で与える．$C = C_1 + C_2 + C_3$，$(C_1 : z(t) = t,\ t : 0 \to 1)$ $(C_2 : z(t) = 1 + it,\ t : 0 \to 1)$ $(C_3 : z(t) = t + it^2,\ t : 1 \to 0)$　次の問に答えよ．

   (1) C を複素数平面上に図示せよ．

   (2) 定積分 $\int_C \overline{z}\, dz$ を求めよ．

8. $f(z) = \dfrac{1}{(z+i)^4(z-3)}$ を考える．

   (1) $f(z)$ の特異点を求め，その留数を計算せよ．

   (2) 曲線 $C : z(t) = -1 + 5e^{it}, t : 0 \to 2\pi$ について，$\int_C f(z)dz$ を計算せよ．