

(注意)

- 解答はすべて解答用紙に書くこと。
- 番号順に解かなくてもよい。解きたい順に解答して構わない。
- 解答は結果だけでなく、それに至る過程を記述すること。

1. 導関数の公式 $(\cos x)' = -\sin x$ を定義より導け。 $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin t}{t} = 1$ は用いてよい。
2. $y = -5x^3 - 1 + \frac{2}{x^2}$ の $x = 1$ における接線の方程式を求めよ。
3. 関数 $y = x^2 - 4x - 10$ ($-2 \leq x \leq 0$) の値域を求めよ。さらに、逆関数があれば、定義域を明記して求め、そのグラフをかけ。
4. 関数 $y = \frac{1}{1 + \sin^2(\tan x)}$ の導関数を求めよ。 $\sin^2(\tan x)$ は $(\sin(\tan x))^2$ を意味する。
5. 関数 $y = -\frac{\pi}{2} - 3 \arcsin(2x + 1)$ のグラフをかけ。
6. 有理数の指数に対する指数関数の定義、指数が自然数のときの指数法則、さらに自然数 m, n に対して $(a^{\frac{1}{n}})^m = (a^m)^{\frac{1}{n}}$ を既知とする。正の有理数 q_1, q_2 に対して、 $a^{q_1} a^{q_2} = a^{q_1 + q_2}$ を導け。
7. 等式 $\arctan \frac{1}{2} + \arctan \frac{1}{3} = \frac{\pi}{4}$ を考える。 $x = \frac{\pi}{4} - \arctan \frac{1}{2}$ とおいて $x = \arctan \frac{1}{3}$ を導け。

8. $a > 0, a \neq 1$ のとき, $a^{\frac{5}{3}}$ の定義を述べよ. さらに, 指数が自然数のときの指数法則から $(a^{\frac{1}{3}})^5 = a^{\frac{5}{3}}$ を導け.
9. $\arccos(-\frac{\sqrt{3}}{2})$ の値を求めよ.
10. $y = x^2 - 2x + 3$ ($x \leq 1$) の逆関数があれば求めてグラフをかけ. 無ければ「存在しない」と答えよ.
11. 二項定理から $\lim_{n \rightarrow \infty} 3^{\frac{1}{n}} = 1$ を導け. さらに, $\varepsilon = \frac{1}{10}$ として $\varepsilon - N$ 法で検証せよ.
12. つぎの関数のグラフの概形をかけ.
- (1) $y = \frac{2x - 1}{4x + 3}$
- (2) $y = -2 + \log_{\frac{1}{2}}(1 - 4x)$
13. 指数が整数のときの指数法則を仮定する. 自然数 m, n について $(a^{\frac{1}{m}})^n = (a^n)^{\frac{1}{m}}$ を導け.
14. (1) f, g は微分可能とする. 微分の積公式 $(f(x)g(x))' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$ を導け.
- (2) $(x^n)' = nx^{n-1}, n = 1, 2, \dots$ を数学的帰納法により示せ.