

(注意)

- 解答はすべて解答用紙に書くこと。
- 番号順に解かなくてもよい。解きたい順に解答して構わない。
- 解答は結果だけでなく、それに至る過程を記述すること。

1. 次の問に答えよ。

(1) 定積分の平均値の定理をかけ。

(2) $[a, b]$ で連続な関数 $f(x)$ に対して $S(x) = \int_a^x f(t)dt$ ($a < x < b$) とおくと、(1) を用いて $S'(x) = f(x)$ を導け。

2. $\int_0^{\frac{1}{2}} \arcsin x \, dx$ の値を求めよ。

3. $\int \frac{-x^2 + 4x - 3}{x^2 - 6x + 12} \, dx$ を求めよ。

4. $\int_0^1 \frac{x}{\sqrt[3]{1-x}} \, dx$ を求めよ。

5. ガンマ関数 $\Gamma(s) = \int_0^{\infty} x^{s-1} e^{-x} \, dx$ ($s > 0$) について、 $\Gamma(n+1) = n!$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) を数学的帰納法で示せ。

6. $f(x) = x$ が $[a, b]$ 上定積分可能であることを示せ。