

第1章 不定積分・演習問題

1.1

次の不定積分を求めよ．

- 問題 1.1 $\int (x^3 - 3\sqrt{x} + \frac{4}{x^2} + 2) dx$
- 問題 1.2 $\int x(x^2 + 1)^{1/2} dx$
- 問題 1.3 $\int \frac{3}{x^2+3} dx$
- 問題 1.4 $\int x \cos(1 + x^2) dx$
- 問題 1.5 $\int \frac{x}{x^2+1} dx$
- 問題 1.6 $\int \frac{x}{(2x-1)^4} dx$
- 問題 1.7 $\int \tan x dx$
- 問題 1.8 $\int \sin(3x + 1) dx$
- 問題 1.9 $\int \log x dx$
- 問題 1.10 $\int \cos(2x + 3) dx$
- 問題 1.11 $\int x \sin x dx$
- 問題 1.12 $\int x^2 e^{-x} dx$
- 問題 1.13 $\int x^3 \log x dx$
- 問題 1.14 $\int (2x + 1) \cos x dx$
- 問題 1.15 $\int \sin^{-1} x dx$
- 問題 1.16 $\int e^{-x} \cos 3x dx$
- 問題 1.17 $\int \frac{1}{\sqrt{5-x^2}} dx$
- 問題 1.18 $\int x \log(1 - x) dx$
- 問題 1.19 $\int x^2 \cos x dx$
- 問題 1.20 $\int \frac{x}{\sqrt[3]{x+1}} dx$
- 問題 1.21 $\int \frac{e^{2x}}{e^x + e^{-x}} dx$
- 問題 1.22 $\int e^{ax} \cos bxdx \quad (a^2 + b^2 \neq 0)$
- 問題 1.23 $\int (2x + 1)^5 dx$
- 問題 1.24 $\int e^{\frac{x}{2}} dx$
- 問題 1.25 $\int \sqrt{1-x} dx$
- 問題 1.26 $\int \sin^2 x dx$
- 問題 1.27 $\int \tan^2 x dx$
- 問題 1.28 $\int \sin^2 x \cos^2 x dx$
- 問題 1.29 $\int \sin ax \cos bxdx \quad (a, b \geq 0, a \neq b)$
- 問題 1.30 $\int \frac{x}{1+x^2} dx$
- 問題 1.31 $\int \frac{1}{x \log x} dx$
- 問題 1.32 $\int \frac{\cos x}{\sin x} dx$
- 問題 1.33 $\int \frac{\cos 4x}{1+\sin 4x} dx$

1.2

次の不定積分を置換積分により求めよ .

- 問題 1.34 $\int \frac{x^3}{\sqrt{x^2+1}} dx$
- 問題 1.35 $\int \frac{(\log x)^2}{x} dx$
- 問題 1.36 $\int \frac{\log(\log x)}{x \log x} dx$
- 問題 1.37 $\int x e^{-2x^2} dx$
- 問題 1.38 $\int \frac{\cos x}{1+\sin^2 x} dx$
- 問題 1.39 $\int x \sqrt{1-x^2} dx$
- 問題 1.40 $\int (1-x^2)^{-3/2} dx$

1.3

次の不定積分を部分積分により求めよ .

- 問題 1.41 $\int x \log x dx$
- 問題 1.42 $\int x (\log x)^2 dx$
- 問題 1.43 $\int \log(1-2x) dx$
- 問題 1.44 $\int \sqrt{x} \log x dx$
- 問題 1.45 $\int \frac{(\log x)^2}{x} dx$
- 問題 1.46 $\int x e^{-5x} dx$
- 問題 1.47 $\int \tan^{-1} x dx$
- 問題 1.48 $\int x \sin^{-1} x^2 dx$

1.4

右辺を微分することで次の等式を確かめよ .

- 問題 1.49 $\int \frac{1}{\sqrt{x^2+A}} dx = \log |x + \sqrt{x^2+A}| + C$
- 問題 1.50 $\int \sqrt{x^2+A} dx = \frac{1}{2}(x\sqrt{x^2+A} + A \log |x + \sqrt{x^2+A}|) + C$
- 問題 1.51 $\int \frac{1}{x^2-a^2} dx = \frac{1}{2a} \log \left| \frac{x-a}{x+a} \right| + C$
- 問題 1.52 $\int \frac{1}{x^2+a^2} dx = \frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{x}{a} + C$

第2章 解答

以下においては積分定数 C は省略する.

- 1.1. $\frac{x^4}{4} - \frac{3}{2}x^2 - \frac{4}{x} + 2x$
- 1.2. $\frac{(x^2+1)^{3/2}}{3}$
- 1.3. $\sqrt{3} \tan^{-1}(x/\sqrt{3})$
- 1.4. $\frac{\sin(x^2+1)}{2}$
- 1.5. $\frac{1}{2} \log |1 + x^2|$
- 1.6. $-\frac{1}{8(2x-1)^2} - \frac{1}{12(2x-1)^3}$
- 1.7. $-\log |\cos x|$
- 1.8. $-\frac{1}{3} \cos(3x + 1)$
- 1.9. $x \log x - x$
- 1.10. $\frac{1}{2} \sin(2x + 3)$
- 1.11. $-x \cos x + \sin x$
- 1.12. $-x^2 e^{-x} - 2x e^{-x} - 2e^{-x}$
- 1.13. $\frac{x^4}{4} \log x - \frac{x^4}{16}$
- 1.14. $(2x + 1) \sin x + 2 \cos x$
- 1.15. $x \sin^{-1} x + \sqrt{1 - x^2}$
- 1.16. $\frac{1}{10} e^{-x} \cos 3x + \frac{3}{10} e^{-x} \sin 3x$
- 1.17. $\sin^{-1}(x/\sqrt{5})$
- 1.18. $\frac{x^2-1}{2} \log(1-x) - \frac{x}{2} - \frac{x^2}{4}$
- 1.19. $(x^2 - 2) \sin x + 2x \cos x$
- 1.20. $\frac{3}{5}(x+1)^{5/3} - \frac{3}{2}(x+1)^{2/3}$
- 1.21. $e^x - \tan^{-1}(e^x)$
- 1.22. $\frac{e^a}{a^2+b^2}(a \cos bx + b \sin bx)$
- 1.23. $\frac{1}{12}(2x+1)^6$
- 1.24. $2e^{x/2}$
- 1.25. $-\frac{2}{3}(1-x)^{3/2}$
- 1.26. $\frac{x}{2} - \frac{1}{4} \sin 2x$
- 1.27. $\tan x - \tan^{-1}(\tan x)$
- 1.28. $\frac{x}{8} - \frac{\sin 4x}{32}$
- 1.29. $\frac{1}{2} \left(\frac{\cos(a-b)x}{a-b} - \frac{\cos(a+b)x}{a+b} \right)$
- 1.30. $\frac{1}{2} \log(1+x^2)$
- 1.31. $\log |\log x|$
- 1.32. $\log |\sin x|$
- 1.33. $\frac{1}{4} \log |1 + \sin 4x|$
- 1.34. $\frac{3}{10}(x^2+1)^{5/3} - \frac{3}{4}(x^2+1)^{2/3}$
- 1.35. $\frac{(\log x)^3}{3}$
- 1.36. $\frac{(\log(\log x))^2}{2}$

- 1.37. $-\frac{1}{4}e^{-2x^2}$
1.38. $\tan^{-1}(\sin x)$
1.39. $-\frac{(1-x^2)^{3/2}}{3}$
1.40. $\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$
1.41. $\frac{x^2}{2}\log x - \frac{x^2}{4}$
1.42. $\frac{x^2}{2}(\log x)^2 - \frac{x^2}{2}\log x + \frac{x^2}{4}$
1.43. $x\log(1-2x) - x - \frac{1}{2}\log(1-2x)$
1.44. $\frac{2}{3}x^{3/2}\log x - \frac{4}{9}x^{3/2}$
1.45. $\frac{(\log x)^3}{3}$
1.46. $-\frac{xe^{-5x}}{5} - \frac{e^{-5x}}{25}$
1.47. $x\tan^{-1}x - \frac{1}{2}\log(1+x^2)$
1.48. $\frac{x^2}{2}\sin^{-1}x^2 + \frac{1}{2}(1-x^4)^{1/2}$
1.49. 略
1.50. 略
1.51. 略
1.52. 略