[**1**] 3 次正方行列

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

について

(1) 余因子行列を作る方法で逆行列を求めよ.

(2) 基本変形による方法で逆行列を求めよ.

[**2**] 余因子行列を作る方法で，次の行列の逆行列を求めよ.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 & 4 \\ 2 & 1 & -2 & 1 \\ 1 & 3 & 3 & 6 \\ -2 & -1 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

[**3**] 次の行列式を計算せよ.

$$\begin{vmatrix} 2 & 2 & 3 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & -2 & 0 & 2 \\ -2 & 1 & 0 & -2 & 3 \\ -3 & 0 & -2 & 3 & -2 \\ 2 & -2 & 3 & 1 & -7 \end{vmatrix}$$

[**4**] a, b を

$$a = \frac{1+\sqrt{5}}{2}, \quad b = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$$

とするとき，次の行列式を求めよ.

(1)

$$\begin{vmatrix} 1 & a \\ b & 1 \end{vmatrix}$$

(2)

$$\begin{vmatrix} 1 & a & a \\ b & 1 & a \\ b & b & 1 \end{vmatrix}$$

(3)

$$\begin{vmatrix} 1 & a & a & a \\ b & 1 & a & a \\ b & b & 1 & a \\ b & b & b & 1 \end{vmatrix}$$

(Hint: a, b が解としてみたすべき二次方程式を考え，解と係数の関係を使え.)

[**5**] 次の行列式を計算して簡単にせよ.

$$\begin{vmatrix} a & b & c & d \\ b & b & c & d \\ c & c & c & d \\ d & d & d & d \end{vmatrix}$$

[**6**] 次の行列式を因数分解せよ.

(1)
$$\begin{vmatrix} 1 & a & bc \\ 1 & b & ca \\ 1 & c & ab \end{vmatrix}$$

(2)
$$\begin{vmatrix} a & c & b \\ b & a & c \\ c & b & a \end{vmatrix}$$

(3)
$$\begin{vmatrix} a+b+c & -c & -b \\ -c & a+b+c & -a \\ -b & -a & a+b+c \end{vmatrix}$$

(4)
$$\begin{vmatrix} 1 & a & a^2 & a^3 \\ 1 & b & b^2 & b^3 \\ 1 & c & c^2 & c^3 \\ 1 & d & d^2 & d^3 \end{vmatrix}$$

(Hint: 掃き出しと線形性（スカラー倍）の性質を上手く駆使せよ．)

解答 [**1**], [**2**] 実際に検算を実行することにより確認せよ.

[**3**] 2

[**4**] (1) 2 (2) 3 (3) 3

[**5**] $d(a-b)(b-c)(c-d)$

[**6**] (1) $(a-b)(b-c)(c-a)$

(2) $(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$

(3) $2(a+b)(b+c)(c+a)$

(4) $(b-a)(c-a)(d-a)(c-b)(d-b)(d-c)$