

[1] 次の行列 A, B について考える。 $A = \begin{pmatrix} 2 & -4 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & -3 & -1 \\ 0 & 3 & -4 & -3 \\ 3 & -1 & -4 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 5 & 6 & 3 & -5 \\ 3 & 6 & 1 & -4 \\ 3 & 3 & 2 & -3 \\ -1 & 2 & -2 & 0 \end{pmatrix}$

- (1) 積 AB を計算せよ。ただし、結果のみでなく計算の過程を明示せよ。
 (2) 基本変形を用いて、 A の逆行列を求めよ。

[2] a, b を実数とすると、次の連立方程式を考える。
$$\begin{cases} 3x + 4y + az = 1 \\ 2x + 3y + 9z = b \\ 5x + 7y + 20z = -5 \end{cases}$$

方程式が (i) 解をただ一つ持つ、(ii) 解を無数に持つ、(iii) 解を持たない、条件を (a, b) 平面に図示せよ。

[3] 次の連立方程式を考える。
$$\begin{cases} x - y - 4z + 3w = 1 \\ 3x + z - 2w = -2 \\ x + 2y + 9z - 8w = -4 \end{cases}$$

- (1) 係数行列の階数 (rank) を求めよ。
 (2) 方程式を解け。

[4] 次の行列式を計算せよ。
$$\begin{vmatrix} 2 & 0 & 2 & -1 \\ 3 & 2 & 0 & 4 \\ 2 & 1 & 5 & 2 \\ 0 & 3 & 1 & 4 \end{vmatrix}$$

[5] 次の行列式を計算し因数分解せよ。
$$\begin{vmatrix} a+b+c & -c & -b \\ -c & a+b+c & -a \\ -b & -a & a+b+c \end{vmatrix}$$

[6] 次の連立方程式をクラメル公式を用いて解け。
$$\begin{cases} 3x + 2y + 4z = 2 \\ 5x + 6y + 3z = 1 \\ 2x + 2y + 4z = -3 \end{cases}$$

[7] $a = 1 - \sqrt{5}, b = 1 + \sqrt{5}$ に対して、次の行列の逆行列を余因子行列による方法で求めよ。
$$\begin{pmatrix} a & 1 & b \\ 1 & 1 & 1 \\ a^2 & 1 & b^2 \end{pmatrix}$$