1. 次の行列の積を計算せよ．

(1) $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 5 & -1 & 6 \end{pmatrix}$ (2) $\begin{pmatrix} 4 \\ -3 \\ 6 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1 & 2 & -9 \end{pmatrix}$

(3) $\begin{pmatrix} 1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ -3 & 0 & -7 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 5 \\ -4 \\ 8 \end{pmatrix}$

2. $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ が積について可換であるとき a, b, c, d のみたすべき条件を求めよ．

3. 正方行列 A, X, Y について，$AX = E_n$, $YA = E_n$ ならば $X = Y$ であることを示せ．ただし，A は正則とは限らない．

4. 正方行列 A が $A^4 + A^3 + A^2 + A + E_n = O$ をみたすとき A は正則であることを示し，その逆行列を A を用いて与えよ．ただし，A^k, $k = 2, 3, \cdots,$ は A の k 個の積を表す．

5. 次の行列は逆行列をもつことを確認し，逆行列を基本行列の積で表せ．積を計算する必要はない．

(1) $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ (2) $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ (3) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

6. 次の行列の rank を求めよ．また逆行列があれば求めよ．

(1) $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ (2) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

(3) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 2 & 5 \\ 3 & 3 & 3 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ (4) $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & -3 & 2 \\ 1 & 3 & -3 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & -1 & 3 \\ 2 & 4 & -2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 2 & -3 & 2 \end{pmatrix}$ (5) $A = \begin{pmatrix} 1 & a & a \\ a & 1 & a \\ a & a & 1 \end{pmatrix}$