

[1] 次の不定積分を求めよ．

- (1) $\int \frac{2}{(x-3)(x+2)} dx$
- (2) $\int \frac{x-1}{(x+1)(x-2)} dx$
- (3) $\int \frac{-1}{x^2-3x+18} dx$
- (4) $\int \frac{x^2+1}{x^2-x-3} dx$
- (5) $\int \frac{x+2}{x^2+4x+6} dx$
- (6) $\int \frac{x^3+2x^2-2}{x^2+x-2} dx$
- (7) $\int \frac{x^2-5x+6}{(x+3)^4} dx$
- (8) $\int \frac{2x-1}{x(x+1)^2} dx$
- (9) $\int \frac{x^4}{x^3-1} dx$
- (10) $\int \frac{2x}{(x+1)^2(x^2+2)} dx$
- (11) $\int \frac{1}{x(x^2+1)^2} dx$

[2] 有理関数の不定積分を応用して

$$\int \frac{1}{\sin x} dx$$

を求めたい． $\tan \frac{x}{2} = t$ とおくとき加法定理から

$$\sin x = 2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} = 2 \tan \frac{x}{2} \cos^2 \frac{x}{2} = \frac{2t}{1+t^2}.$$

さらに

$$\frac{dt}{dx} = \frac{1}{\cos^2 \frac{x}{2}} \cdot \frac{1}{2}.$$

ゆえに

$$\frac{dx}{dt} = 2 \cos^2 \frac{x}{2} = \frac{2}{1+\tan^2 \frac{x}{2}} = \frac{2}{1+t^2}.$$

以上の結果を用いて，置換積分の公式から

$$\int \frac{1}{\sin x} dx$$

を計算せよ．

[3] 同様にして $\cos x$ を t の式で表し

$$\int \frac{1}{\sin x - \cos x} dx$$

を求めよ．