

[1] 2次正方行列

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$$

について次の問いに答えよ。

- (1) 固有多項式 $\varphi_A(\lambda)$ を求め、固有値を求めよ。
- (2) 固有空間を求めよ。
- (3) A が対角化可能ならば対角化せよ。すなわち、 $P^{-1}AP$ が対角行列となる正則な P とその対角行列を求めよ。
- (4) 勝手な $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^2$ に対し、 $f(\mathbf{x}) = A\mathbf{x}$ が作図可能ならば作図せよ。

[2] 次の行列 A が対角化可能ならば対角化せよ。つまり、 $P^{-1}AP$ が対角行列となる正則な P とその対角行列を求めよ。

$$(1) \quad A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$(2) \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ -2 & 0 & -2 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$(3) \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 4 \end{pmatrix}$$