

5/24 解析 17

167:  $\frac{x^2}{x^2-3x-54}$  は部分分数に分解せよ。

$$\frac{x^2}{x^2-3x-54} = 1 + \frac{3x+54}{(x-9)(x+6)}$$

$$= 1 + \frac{A}{x-9} + \frac{B}{x+6} = 1 + \frac{A(x+6) + B(x-9)}{(x-9)(x+6)}$$

$$= 1 + \frac{(A+B)x + (6A-9B)}{(x-9)(x+6)}$$

$$\therefore \begin{cases} A+B=3 \\ 6A-9B=54 \end{cases} \quad \text{これを解いて} \quad A = \frac{27}{5}, \quad B = -\frac{12}{5}$$

$$\therefore \frac{x^2}{x^2-3x-54} = 1 + \frac{27/5}{x-9} - \frac{12/5}{x+6}$$

167:  $\mathbb{Q}$  の稠密性を示せ。

$$x_1 = \frac{\delta_1}{p_1} < x_2 = \frac{\delta_2}{p_2} \quad \text{と} \quad x_1 < x_2 \text{ の中点 } \frac{x_1+x_2}{2}$$

を示す。

$$\frac{x_1+x_2}{2} = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{\delta_1}{p_1} + \frac{\delta_2}{p_2} \right) = \frac{p_2\delta_1 + p_1\delta_2}{2p_1p_2}$$

$\therefore p_1, p_2, \delta_1, \delta_2$  は整数。よって  $p_2\delta_1 + p_1\delta_2, 2p_1p_2$  は整数。

$$(1) \text{ として } \frac{x_1+x_2}{2} \in \mathbb{Q}. \quad y = \frac{x_1+x_2}{2} \quad \text{と} \quad x_1 < y < x_2$$

$$x_1 < y < x_2 \quad \text{と} \quad t = \frac{1}{2}$$