

10/20^{1/05}

小テスト ①

微分積分学 I

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ を用いて $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan^{-1} x}{x}$ を求めよ.

2. 方程式 $x^2 = \cos x$ は $0 < \frac{\pi}{2}$ の間に解が存在する.

これを中間値の定理を用いて示せ.

3. 実数全体で定義された関数 $f(x)$ のグラフ

次の条件を満たすものをグラフで描け.

• $x \neq 0$ で連続

• $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow +0} f(x)$ は存在しない.

$\lim_{x \rightarrow -0} f(x)$ は存在する.

解答

1. $y = \tan^{-1} x$ \Rightarrow $\sin y = x$ $\tan y = x$, $-\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2}$.

$x \rightarrow 0$ \Rightarrow $y \rightarrow 0$.

$$\frac{\tan^{-1} x}{x} = \frac{y}{\tan y} = \frac{y}{\sin y} \cdot \cos y$$

\downarrow $1 (y \rightarrow 0)$ \rightarrow $1 (y \rightarrow 0)$ \rightarrow 1

$\therefore \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan^{-1} x}{x} = 1$.

2. $f(x) = x^2 - \cos x$ \Rightarrow $f(x)$ $[0, \frac{\pi}{2}]$ 上連続.

$f(0) = -1 < 0$, $f(\frac{\pi}{2}) = (\frac{\pi}{2})^2 > 0$

\therefore 中間値の定理より $f(c) = 0$ \exists $c \in (0, \frac{\pi}{2})$.

尚ほ存在する. \Rightarrow $a \in \mathbb{R}$ 解.

3.

