

2007. 11. 12

例 : A, B, C の工場にトラックがある。毎月,

A, B からそれぞれ C の  $\frac{1}{2}$  移り, 残りはとどろる.

C から A の  $\frac{1}{3}$ , B の  $\frac{1}{3}$ , 残りはとどろる.

ある月の A, B, C の台数をそれぞれ  $x_0, y_0, z_0$  としたとき,

翌月の台数を  $x_1, y_1, z_1$  は  $x_0, y_0, z_0$  で表し.

$$\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix} \xrightarrow{f} \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix}.$$

解答

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{f} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ 0 \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{f} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{f} \begin{pmatrix} \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} \end{pmatrix}.$$

よって,

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix}.$$

$$\text{よって} \quad \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{25}{72} & \frac{2}{9} & \frac{31}{108} \\ \frac{2}{9} & \frac{25}{72} & \frac{31}{108} \\ \frac{31}{72} & \frac{31}{72} & \frac{23}{54} \end{pmatrix}$$

3ヶ月後の台数の分布.

$$\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 100 \\ 100 \\ 100 \end{pmatrix} \text{ とすると,}$$

$$\begin{pmatrix} \frac{25}{72} & \frac{2}{9} & \frac{31}{108} \\ \frac{2}{9} & \frac{25}{72} & \frac{31}{108} \\ \frac{31}{72} & \frac{31}{72} & \frac{23}{54} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 100 \\ 100 \\ 100 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{18500}{216} \\ \frac{18500}{216} \\ \frac{27800}{216} \end{pmatrix} \doteq \begin{pmatrix} 85.6 \\ 85.6 \\ 128.7 \end{pmatrix}$$