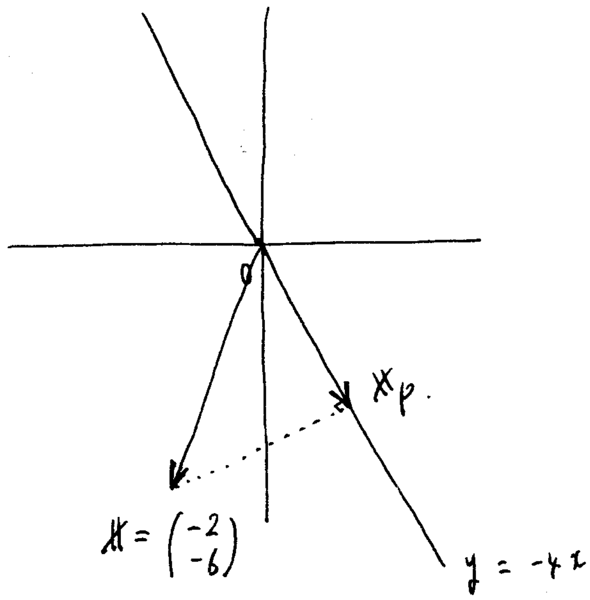
線形数学 II

2007. 12. 3

問 : 2次元ベクトル $\begin{pmatrix}-2\\-6\end{pmatrix}$ の直線 $l : y=-4x$ 上への正射影を求めよ.

答 :



$l : V\left(\begin{pmatrix}-1\\4\end{pmatrix}\right)$ で与えられる. 基底を正規化すると,

$$\frac{1}{\sqrt{4^2+(-1)^2}}\begin{pmatrix}-1\\4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1/\sqrt{17}\\4/\sqrt{17}\end{pmatrix}.$$

$$\therefore\ V\left(\begin{pmatrix}-1\\4\end{pmatrix}\right)=V\Bigg(\underbrace{\begin{pmatrix}-1/\sqrt{17}\\4/\sqrt{17}\end{pmatrix}}_{\text{ONB.}}\Bigg)$$

$u=\begin{pmatrix}-1/\sqrt{17}\\4/\sqrt{17}\end{pmatrix}$ とおくと, $x=\begin{pmatrix}-2\\-6\end{pmatrix}$ から

$$x_p=(x,u)\,u=\underbrace{\left(\frac{2}{\sqrt{17}}-\frac{24}{\sqrt{17}}\right)}_{-22/\sqrt{17}}\cdot\begin{pmatrix}-1/\sqrt{17}\\4/\sqrt{17}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}22/17\\-88/17\end{pmatrix}.$$

問　$\dfrac{|x|^2+|y|^2-|y-x|^2}{2}=(x,y)$　を導け.

答:　$|y-x|^2=(y-x,\ y-x)$

$$=\underbrace{(y,y)}_{|y|^2}-2(x,y)+\underbrace{(x,x)}_{|x|^2}$$

（∵ 双線形性
可換性）

$$\therefore\ (x,y)=\frac{|x|^2+|y|^2-|y-x|^2}{2}.$$