2006 線形代数I（金2） レポート解答.

1. $A^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & -2 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

2. $\alpha = \frac{11}{4}$, $\beta = 3$ のとき 解は無数

$\alpha = \frac{11}{4}$, $\beta \neq 3$ のとき 解は存在しない

$\alpha \neq \frac{11}{4}$ のとき 解はただ1つ

3. -648

4. まず $\begin{pmatrix} E_r & * \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ の n 行が 0 であるから，線形性より

$$\begin{vmatrix} E_r & * \\ 0 & 0 \end{vmatrix} = 0 \times \begin{vmatrix} E_r & * \\ 0 & 0 \end{vmatrix} = 0.$$

一方，基本行列 F_j の積により基本変形は，

$$F_k \cdot F_{k-1} \cdot \cdots \cdot F_2 \cdot F_1 A = \begin{pmatrix} E_r & * \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

と表せるから，両辺行列式をとると，

$$|F_k F_{k-1} \cdot \cdots \cdot F_2 F_1 A| = \begin{vmatrix} E_r & * \\ 0 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

積の性質から

$$|F_k|\,|F_{k-1}| \cdots |F_2| \cdot |F_1|\,|A| = 0$$

基本行列 F_j は正則であるから $|F_j| \neq 0$. よって $|A| = 0$.

対偶を考えることにより A は正則ではない.