

1. 行列  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -3 & 2 \\ -4 & -3 & 5 & -5 \\ 3 & 1 & -4 & 3 \end{pmatrix}$  が正則ならばその逆行列  $A^{-1}$  を求めよ.

2. 連立方程式  $\begin{cases} 4x - y + z = \beta \\ \alpha x + z = 2 \\ -x + 3y + z = -1 \end{cases}$  を解き,  $(\alpha, \beta)$  について以下を場合分けせよ:

(i) 解が無数

(ii) 解が1つ

(iii) 解無し

3. 行列式  $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 5 & 9 & -3 \\ 1 & 1 & -1 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & -4 & -2 & 5 \\ 6 & -2 & 3 & 2 & 4 \end{vmatrix}$  を求めよ.

4.  $n$  次正方行列  $A$  を行基本変形して

$$A \rightarrow \rightarrow \cdots \rightarrow \begin{pmatrix} E_r & * \\ O & O \end{pmatrix}$$

となった. ただし,  $\begin{pmatrix} E_r & * \\ O & O \end{pmatrix}$  は rank が  $r$  の標準形を表す. ただし,  $r < n$ . このとき行列式の立場から  $A$  は正則 ではないことを示せ.