線形代数 II

2007. 12. 14

例　$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 4 & -3 & -2 \\ 4 & -1 & -4 \end{pmatrix}$ の固有値を求めよ.

答：固有方程式

$$0 = |\lambda E_3 - A| = \begin{vmatrix} \lambda-2 & 1 & 2 \\ -4 & \lambda+3 & 2 \\ -4 & 1 & \lambda+4 \end{vmatrix}$$

$$\overset{①+②\times(-1)}{=} \begin{vmatrix} \lambda+2 & 0 & -\lambda-2 \\ -4 & \lambda+3 & 2 \\ -4 & 1 & \lambda+4 \end{vmatrix} \quad = -(\lambda+2)$$

$$\overset{①で線形性}{=} (\lambda+2) \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -4 & \lambda+3 & 2 \\ -4 & 1 & \lambda+4 \end{vmatrix}$$

$$\overset{\boxed{3}+\boxed{1}}{=} (\lambda+2) \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -4 & \lambda+3 & -2 \\ -4 & 1 & \lambda \end{vmatrix}$$

$$\overset{①で余因子展開}{=} (\lambda+2) \begin{vmatrix} \lambda+3 & -2 \\ 1 & \lambda \end{vmatrix}$$

$$= (\lambda+2)(\lambda^2+3\lambda+2) = (\lambda+1)(\lambda+2)^2$$

$\therefore\ \lambda = -2, -1$ （固有値）