

[問]: $y = \log(1 - 3x)$ の $y^{(n)}$ を求めよ .

[解答]: 経験的に $y^{(n)} = -(n-1)!3^n(1-3x)^n$.

[問]: $(\sin x)^{(n)} = \sin(x + \frac{n\pi}{2})$ を示せ .

[解答]: 加法定理から $(\sin x)' = \cos x = \sin(x + \frac{\pi}{2})$ に注意せよ .

[問]: $y = x^2 e^{-x}$ の $y^{(n)}$ を求めよ .

[解答]: ライブニッツから

$$y^{(n)} = (-1)^{n-2} e^{-x} (x^2 - 2nx + n(n-1))$$

[問]: $(e^x \sin x)^{(n)}$ を求めよ .

[解答]: 経験的に $(e^x \sin x)' = e^x(\sin x + \cos x) = \sqrt{2}e^x \sin(x + \frac{\pi}{4})$. よって ,

$$(e^x \sin x)^{(n)} = (\sqrt{2})^n e^x \sin(x + \frac{n\pi}{4})$$