微分積分学 I

2007年7月4日

[**問**]: 次の極限値を求めよ.

(1) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{x^2}$

(2) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{x^n}{e^x}$

[解答]: (1) 不定形より分母，分子を微分して $\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{2x}$. これも不定形であるからさらに微分して $\lim_{x\to 0}\frac{\cos x}{2}=\frac{1}{2}$. よってロピタルの定理から

$$\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{x^2}=\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{2x}=\lim_{x\to 0}\frac{\cos x}{2}=\frac{1}{2}.$$

(2) (1) と同様に考えて

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x^n}{e^x}=\lim_{x\to\infty}\frac{nx^{n-1}}{e^x}=\lim_{x\to\infty}\frac{n(n-1)x^{n-2}}{e^x}=\cdots=\lim_{x\to\infty}\frac{n!}{e^x}=0.$$

K.U.