

[問]:  $f(x, y) = \frac{y}{x} + \frac{x}{y}$  の  $(1, -1)$  における方向  $(4, 3)$  についての方向微分係数を求めよ.

[解答]:  $f_x = -\frac{y}{x^2} + \frac{1}{y}$ ,  $f_y = \frac{1}{x} - \frac{x}{y^2}$ . ゆえに  $f_x(1, -1) = 0 = f_y(1, -1)$ . よって求める方向微分係数は 0.

[問]:  $f(x, y) = 3x^3y - x^2y^2 - 2y^4$  について,  $(h\frac{\partial}{\partial x} + k\frac{\partial}{\partial y})^3 f(1, 1)$  を求めよ.

[解答]:  $f_{xxx} = 18y$ ,  $f_{xxy} = 18x - 4y$ ,  $f_{xyy} = -4x$ ,  $f_{yyy} = -48y$ . よって  $f_{xxx}(1, 1) = 18$ ,  $f_{xxy}(1, 1) = 14$ ,  $f_{xyy}(1, 1) = -4$ ,  $f_{yyy}(1, 1) = -48$ .

以上から

$$\begin{aligned} & (h\frac{\partial}{\partial x} + k\frac{\partial}{\partial y})^3 f(1, 1) \\ &= h^3 f_{xxx}(1, 1) + 3h^2 k f_{xxy}(1, 1) + 3hk^2 f_{xyy}(1, 1) + k^3 f_{yyy}(1, 1) \\ &= 18h^3 + 42h^2 k - 12hk^2 - 48k^3. \end{aligned}$$

K.U.