

微分積分学II 小テスト

2007年7月18日

[問]: $f(x, y) = xy(1 - 2x + y)$ の極値をすべて求めよ .

[解答]: 停留点を求める .

$$f_x = y(1 - 4x + y) = 0$$

$$f_y = x(1 - 2x + 2y) = 0$$

これより次の4つの場合を考えればよい :

(i) $x = 0, y = 0$

(ii) $y = 0, 1 - 2x + 2y = 0$

(iii) $x = 0, 1 - 4x + y = 0$

(iv) $1 - 4x + y = 0, 1 - 2x + 2y = 0$

これらを解くと停留点は

$$(x, y) = (0, 0), \quad \left(\frac{1}{2}, 0\right), \quad (0, -1), \quad \left(\frac{1}{6}, -\frac{1}{3}\right)$$

この中から極値点を決定する . $f_{xx} = -4y, f_{yy} = 2x, f_{xy} = 1 - 4x + 2y,$

$$\Delta(a, b) = f_{xy}(a, b)^2 - f_{xx}(a, b)f_{yy}(a, b)$$

について ,

$$\Delta(0, 0) > 0,$$

$$\Delta\left(\frac{1}{2}, 0\right) > 0$$

$$\Delta(0, -1) > 0$$

$$\Delta\left(\frac{1}{6}, -\frac{1}{3}\right) < 0$$

より $\left(\frac{1}{6}, -\frac{1}{3}\right)$ のみが極値点であり , $f_{xx}\left(\frac{1}{6}, -\frac{1}{3}\right) > 0$ から $f\left(\frac{1}{6}, -\frac{1}{3}\right)$ は極小値である . $f\left(\frac{1}{6}, -\frac{1}{3}\right) = -\frac{1}{54}$. □

K.U.