4/15

微分方程式

問1： $y' = x\sin x$ の一般解は？

問2： $\begin{cases} y' = x^2 \\ y(4) = 2 \end{cases}$ の特殊解は？

問3　$y' = -4y$ の一般解を導け.

問1　$y = \int x\sin x\, dx + C \overset{部分積分}{=} -x\cos x + \int \cos x\, dx + C$

$= \underline{-x\cos x + \sin x + C}$

問2　$y = \int x^2 dx + C = \dfrac{x^3}{3} + C$

$2 = y(4) = \dfrac{64}{3} + C \quad \therefore C = -\dfrac{58}{3} \quad \therefore y = \underline{\dfrac{x^3}{3} - \dfrac{58}{3}}$

問3　e^{-4x} は解. $z = \dfrac{Y}{e^{-4x}}$, Y：一般解とおくと.

$Y = z\cdot e^{-4x} \quad \therefore Y' = z'e^{-4x} + z(-4)e^{-4x}$

$= z'e^{-4x} - 4Y.$

$Y' = -4Y$ だから

$z'e^{-4x} = 0 \quad \therefore z' = 0 \quad \therefore \underset{定数}{z = C}$

一般解は

$Y = \underline{Ce^{-4x}}$