6/24 微分方程式

問 $y'' + py' + qy = 0$

(1) e^{-6x}, e^{8x} が基本解のとき, p, q を求めよ.

(2) $p=10$, $q=25$ のとき一般解を求めよ.

(1) $\alpha = -6$, $\beta = 8$ が特性方程式の解であるから

$t^2 - 2t - 48 = 0$. $\therefore p = -2,\ q = -48$

(2) $y'' + 10y' + 25y = 0$ の特性方程式は

$t^2 + 10t + 25 = 0 \quad \therefore (t+5)^2 = 0 \quad \therefore t = -5$

よって一般解は $y = c_1 e^{-5x} + c_2 x e^{-5x}$.

問 一般解を求めよ.

(1) $y'' - 9y = 0$ (2) $y'' + 9y = 0$ (3) $y'' + 4y' + 7y = 0$

(1) 特性方程式 $t^2 - 9 = 0 \quad \therefore t = \pm 3$

一般解は $y = c_1 e^{-3x} + c_2 e^{3x}$.

(2) $t^2 + 9 = 0 \quad \therefore t = \pm \overset{3}{\cancel{\sqrt{3}}}\, i \quad \therefore a = 0,\ b = \overset{3}{\cancel{\sqrt{3}}}$.

一般解は $y = c_1 \cos \underset{3}{\cancel{\sqrt{3}}} x + c_2 \sin \underset{3}{\cancel{\sqrt{3}}} x$.

(3) $t^2 + 4t + 7 = 0 \Rightarrow (t+2)^2 = -3 \quad \therefore t = -2 \pm \sqrt{3}\, i$

$a = -2$, $b = \sqrt{3}$.

一般解は $y = c_1 e^{-2x} \cos \sqrt{3} x + c_2 e^{-2x} \sin \sqrt{3} x$.