

7/7 微分方程式

由: $y'' - 2y' + y = x$ の一般解を求めよ.

まず, 任意 1 つの解 y_0 を求めよ. $y_0 = ax + b$ とおくと

代入すると, $y_0' = a$, $y_0'' = 0$ であるから

$$-2a + ax + b = x$$

よって, $a = 1$ $b = 2$. $\therefore y_0 = x + 2$.

次に, $y'' - 2y' + y = 0$ の一般解を求めよ. 特性方程式

は $t^2 - 2t + 1 = 0$ $\therefore (t-1)^2 = 0$ $\therefore t = 1$ (重解)

したがって $y_c = C_1 x e^x + C_2 e^x$

が一般解である。

以上から求める一般解は

$$y = y_c + y_0 = \underline{C_1 x e^x + C_2 e^x + x + 2}$$